

Автоматика

Лекция 4: Частотные характеристики динамических
звеньев

В предыдущей лекции

- Почему динамические звенья нельзя описать традиционными функциями
- Какие входные воздействия бывают и какие из них — типичные
- Переходная, весовая и передаточная функции системы
- Функции элемента подвески
- Типовые передаточные функции астатических звеньев

О чем эта лекция?

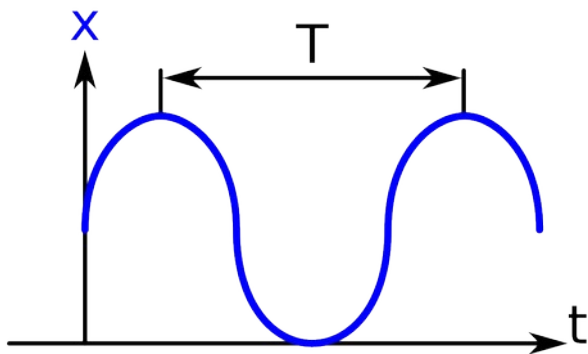
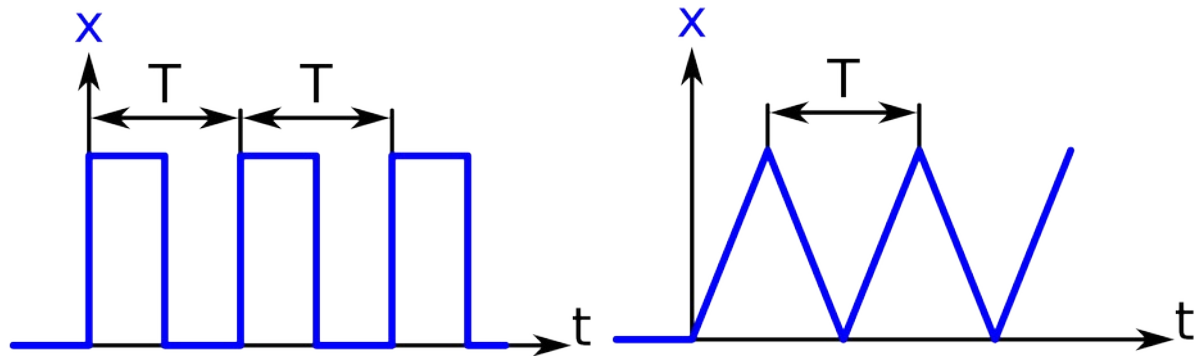
- Какие бывают параметры периодических воздействий
- Какими параметрами характеризуются отклики (выходные функции) систем на входные воздействия
- Расчеты основных частотных откликов систем: АЧХ, ФЧХ, АФЧХ
- Преобразования параллельных и последовательных фрагментов схем автоматики

Виды периодических воздействий

- Полностью повторяющееся во времени воздействие с постоянным периодом

$$x(t) = x(t + nT)$$

$$T \neq 0, n \in \mathbb{Z}$$



Характеристики воздействий

- Период

$$T = \text{const}$$

- Частота

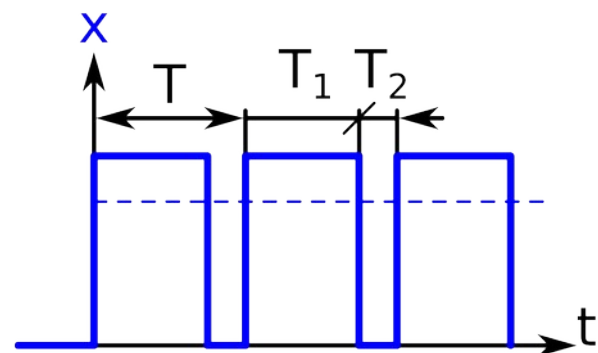
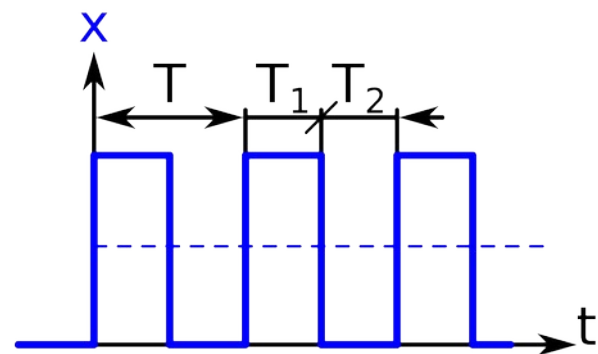
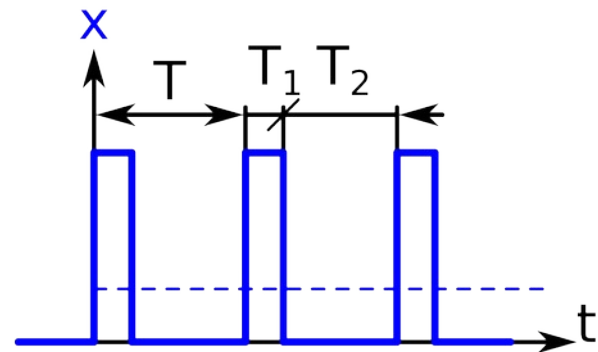
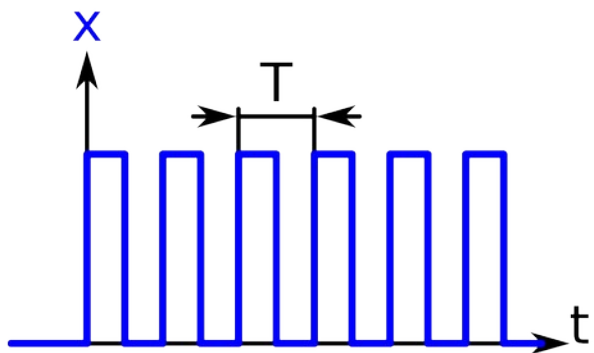
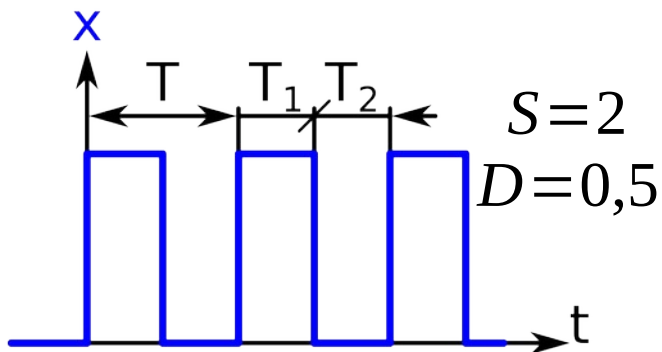
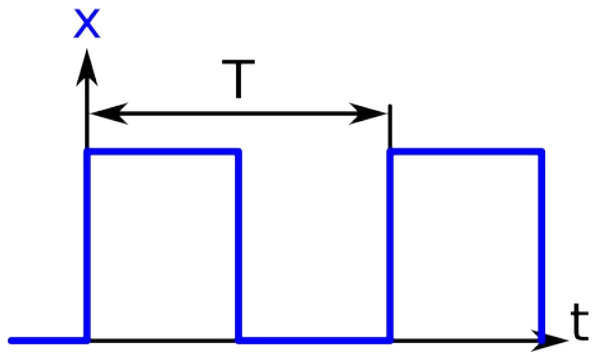
$$f = \frac{1}{T}$$

- Сквозность

$$S = \frac{T}{T_1} = \frac{1}{D} \quad S \in [1, \infty]$$

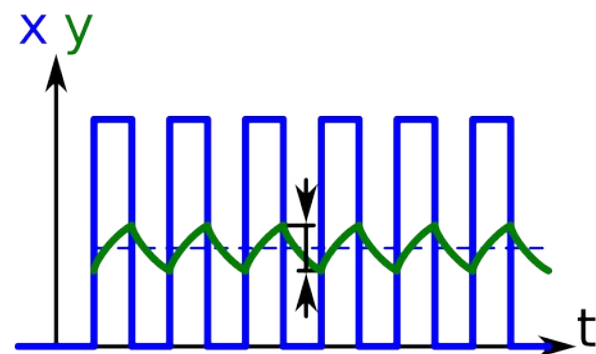
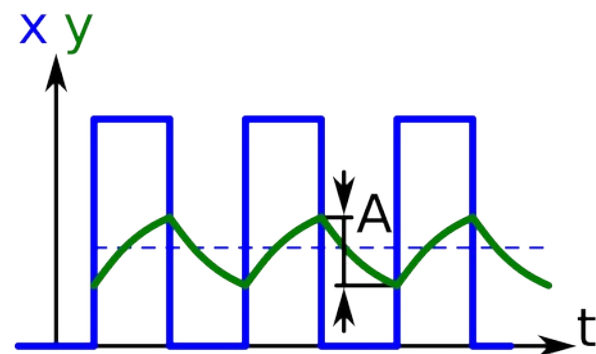
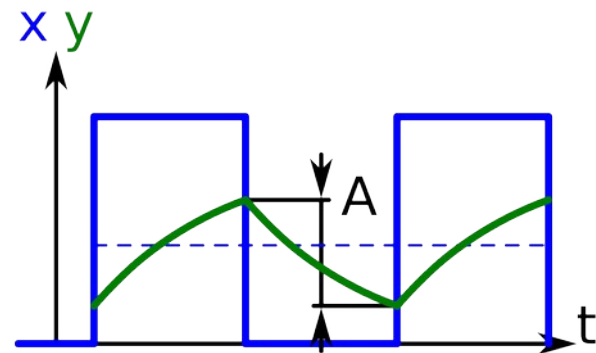
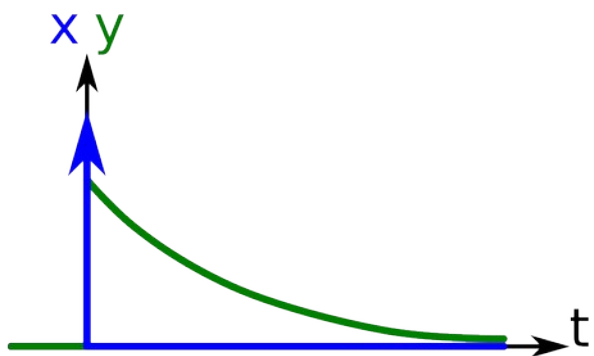
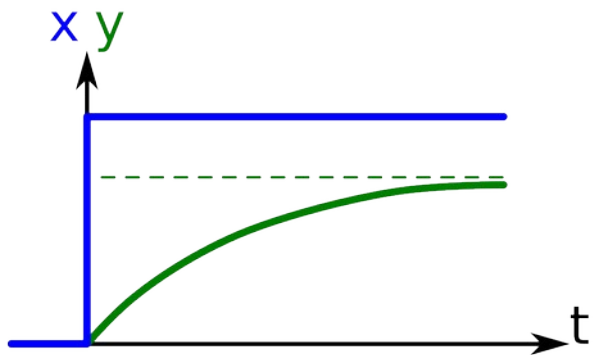
- Коэффициент заполнения

$$D = \frac{T_1}{T} = \frac{1}{S} \quad D \in [0, 1]$$



Нагрев

- Чем больше частота следования импульсов, тем меньше амплитуда температуры
- При постоянном заполнении среднее значение выходного сигнала постоянно независимо от частоты



Получение характеристик

- АЧХ, ФЧХ и АФЧХ получаются с помощью подстановки частоты в передаточную функцию

$$p = j\omega \quad j^2 = -1$$

- Полученное значение передаточной функции представляет собой комплексное число $w = W(j\omega)$

- в прямоугольной системе координат

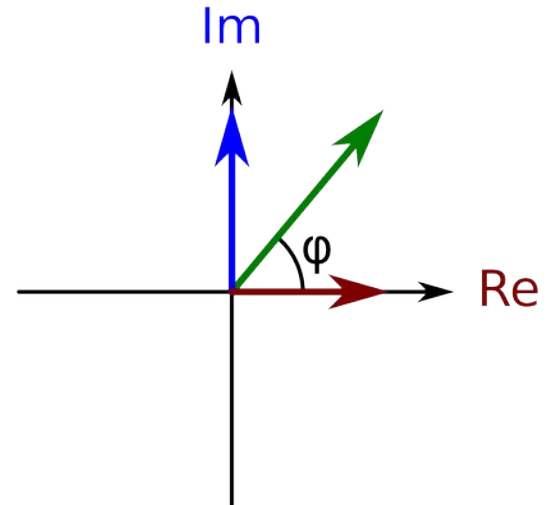
$$w(\Re(W); \Im(W))$$

- в полярной системе координат

$$w(A; \varphi)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\Im(W)}{\Re(W)}$$

$$A = \sqrt{\Re^2(W) + \Im^2(W)}$$



Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) [1/2]

- Связывает амплитуду выходного сигнала с частотой входного сигнала гармонического типа

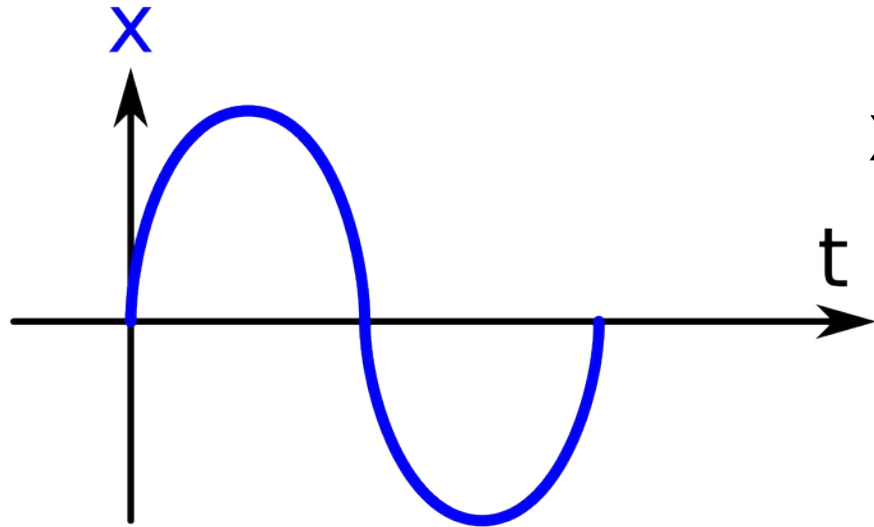
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Вычисляется как зависимость модуля комплексной передаточной функции от частоты

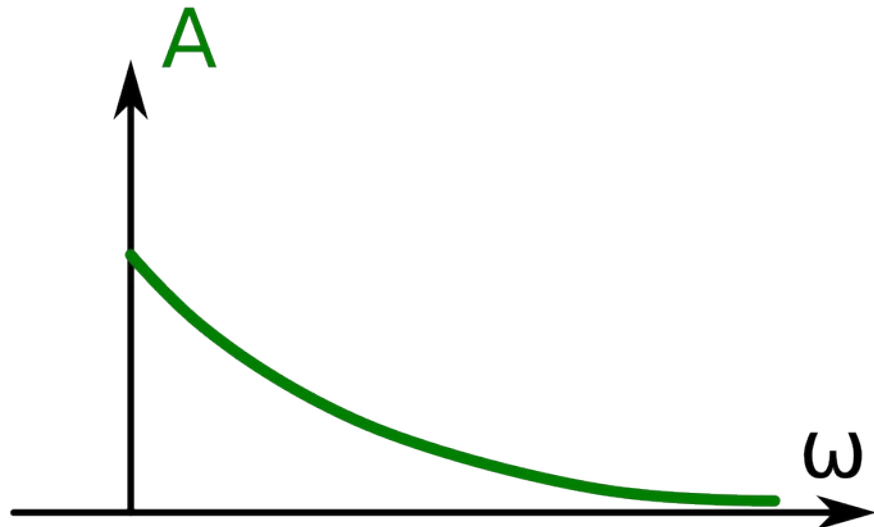
$$A = \sqrt{\Re^2\{W(p)\} + \Im^2\{W(p)\}}$$

$$p = j\omega \quad j = \sqrt{-1}$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) [2/2]

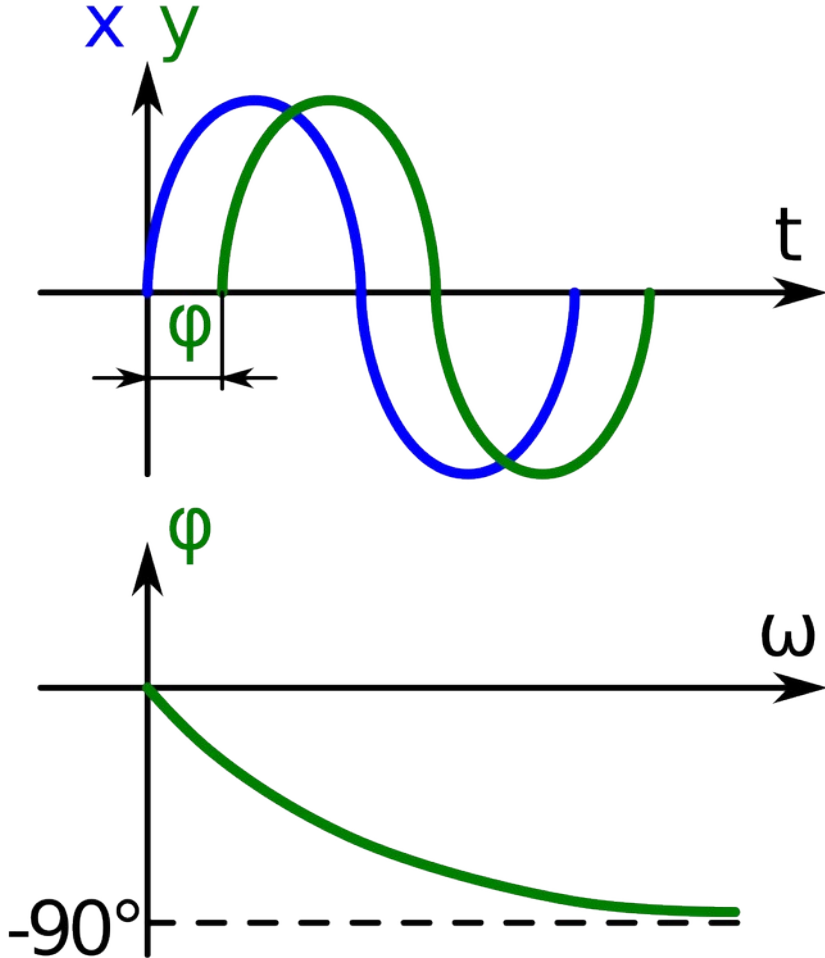


- Звенья первого порядка обладают затухающей кривой амплитудно-частотной характеристики



$$A(\omega) = \sqrt{\Re^2\{W(j\omega)\} + \Im^2\{W(j\omega)\}}$$

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ)



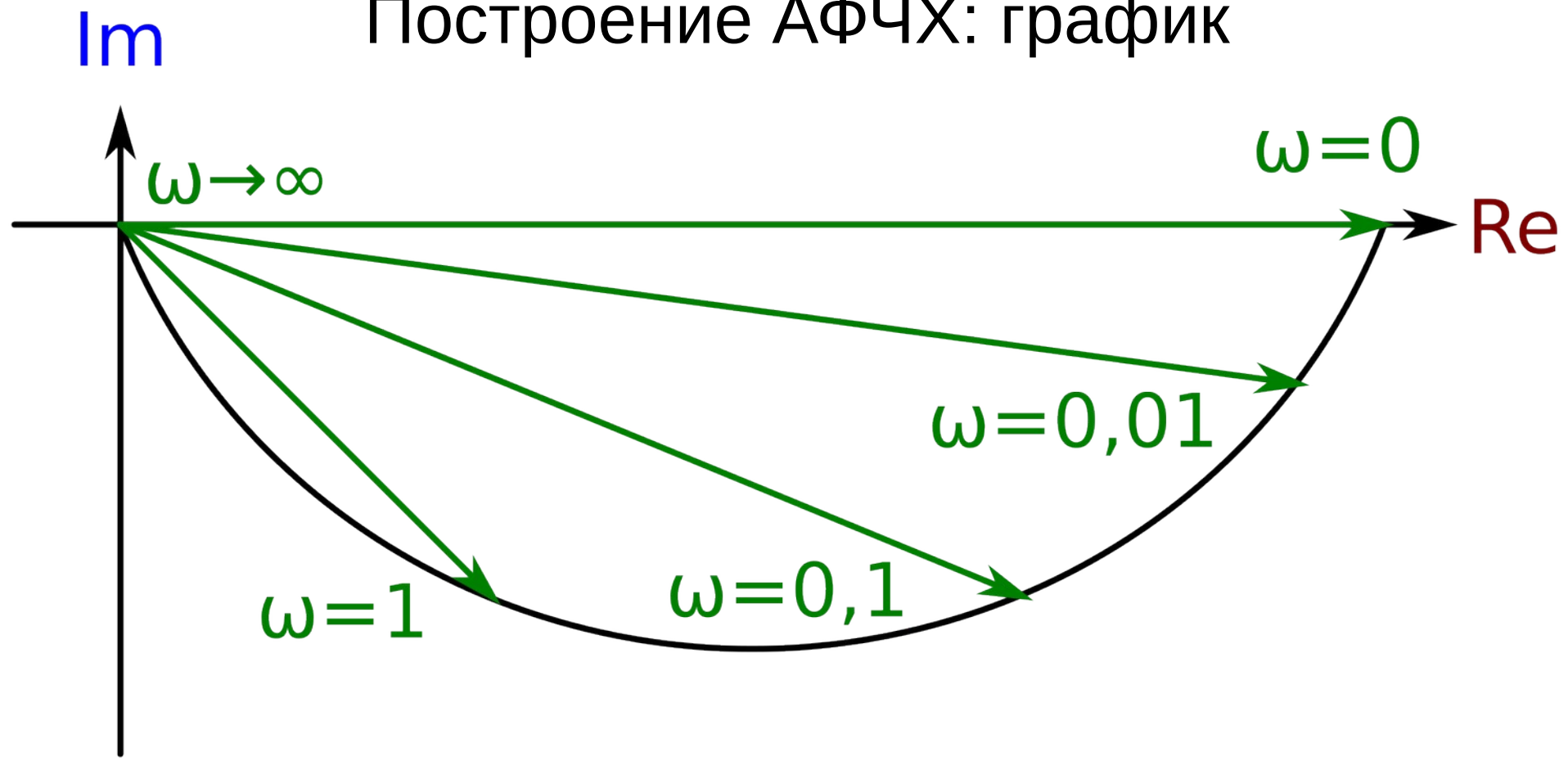
- Связывает фазу выходного сигнала с частотой входного сигнала

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\Im(W(j\omega))}{\Re(W(j\omega))}$$

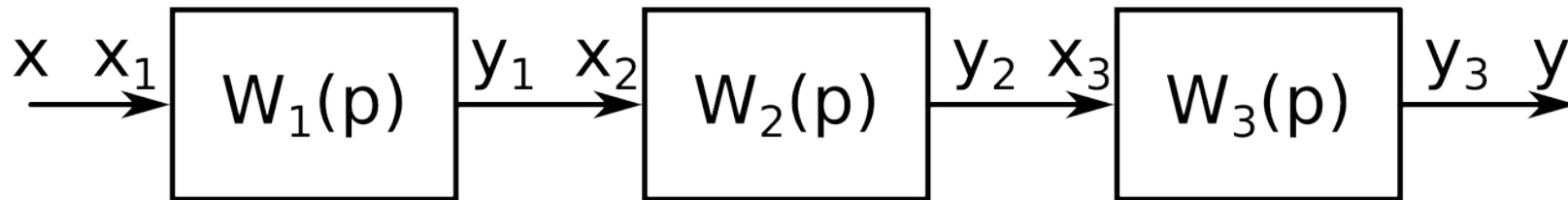
Амплитудно-фазо-частотная характеристика (АФЧХ, годограф): преобразование

- Связывает амплитуду и фазу выходного сигнала с частотой входного
- Комплексная характеристика системы
- Анализ систем на устойчивость
- Множество программных продуктов позволяют проводить исследования на устойчивость частотными методами

Построение АФЧХ: график



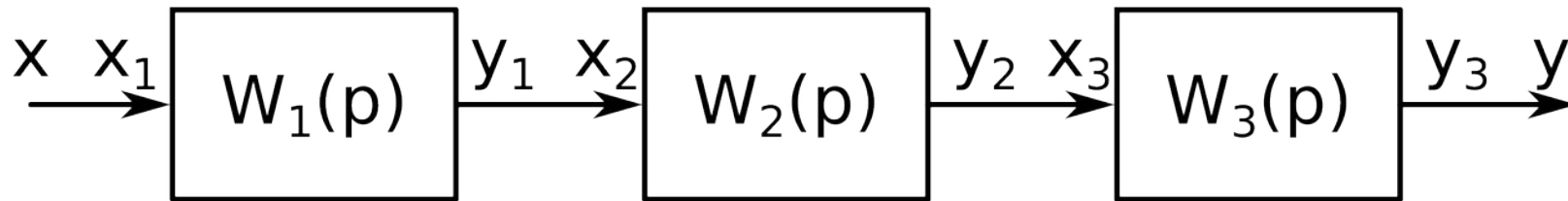
Преобразование схем: последовательное соединение



$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p)$$

- Последовательное соединение представляет собой произведение передаточных функций отдельных элементов цепи

Преобразование схем: последовательное соединение (доказательство)



$$Y_1(p) = W_1(p) X_1(p)$$

$$Y_2(p) = W_2(p) X_2(p)$$

$$Y_3(p) = W_3(p) X_3(p)$$

$$Y_3(p) = W_3(p) X_3(p) =$$

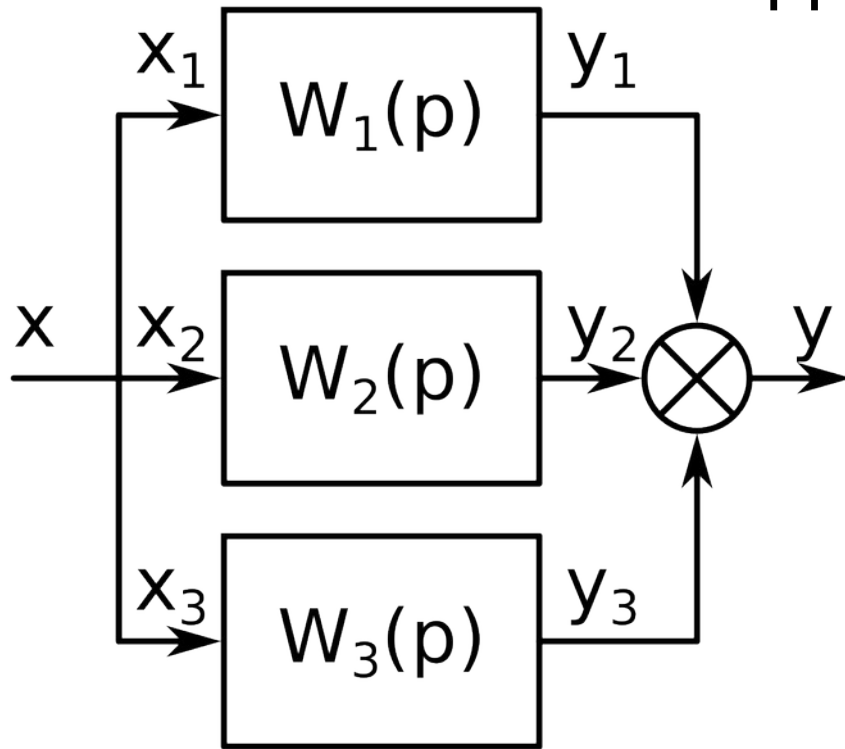
$$= W_3(p) W_2(p) X_2(p) =$$

$$= W_3(p) W_2(p) W_1(p) X_1(p)$$

$$Y(p) = W_3(p) W_2(p) W_1(p) X(p)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = W_3(p) W_2(p) W_1(p)$$

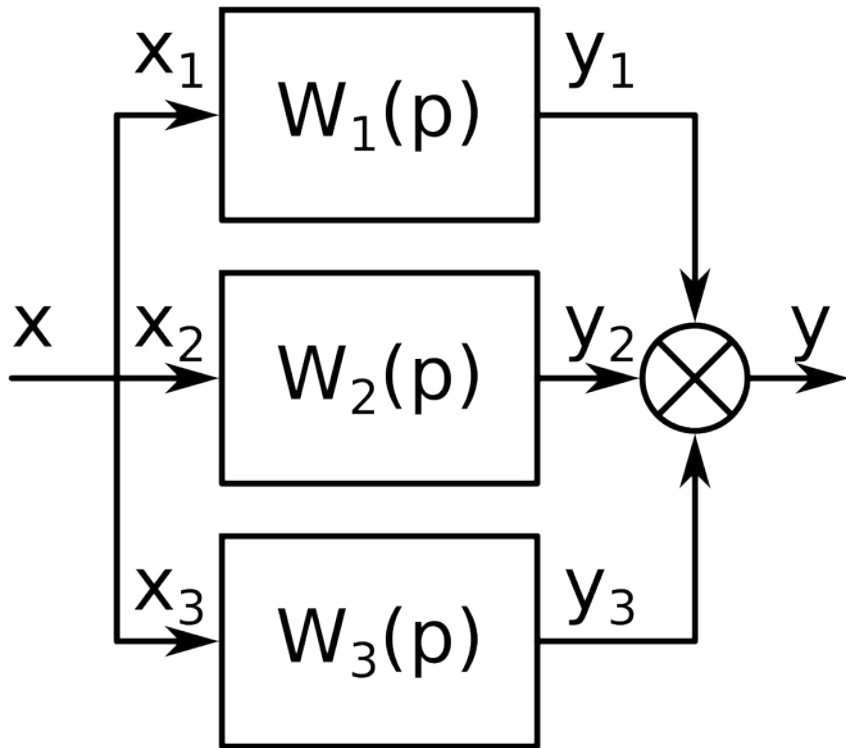
Преобразование схем: параллельное соединение



$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)$$

- Входной сигнал поступает на входы всех блоков в неизменном виде (не разделяется)
- Передаточная функция параллельного соединения представляет собой сумму передаточных функций отдельных звеньев

Преобразование схем: параллельное соединение (доказательство)



$$Y(p) = Y_1(p) + Y_2(p) + Y_3(p)$$

$$Y_1(p) = W_1(p) X_1(p)$$

$$Y_2(p) = W_2(p) X_2(p)$$

$$Y_3(p) = W_3(p) X_3(p)$$

$$Y(p) = W_1(p) X_1(p) + \\ + W_2(p) X_2(p) + W_3(p) X_3(p)$$

$$Y(p) = [W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)] X(p)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)$$

Заключение

- Периодические воздействия характеризуются частотой и рабочим циклом
- Отклики систем на периодические воздействия характеризуются амплитудой установившегося сигнала и его фазой (их частоты совпадают)
- Последовательные звенья преобразуются в произведение отображений их передаточных функций; параллельные — в сумму